

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	9
Частина 1. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ ЛОГІКИ	11
1.1. Висловлення	11
1.2. Заперечення	12
1.3. Невизначені висловлення	13
1.4. Знаки загальності та існування	14
1.5. Необхідні та достатні умови	16
1.6. Обернена та протилежна теореми	17
1.7. Кон'юнкція та диз'юнкція	18
1.8. Властивості прямих та обернених теорем	19
1.9. Вправи до частини 1	20
Частина 2. ПОЧАТОК АЛГЕБРИ	22
2.1. Дійсні числа та дії з ними	22
Вправи до розділу 2.1	30
2.2. Алгебраїчні перетворення	31
Вправи до розділу 2.2	34
2.3. Рівняння з однією змінною	34
2.3.1. Розв'язування лінійних рівнянь	34
2.3.2. Розв'язування квадратних рівнянь	35
2.3.3. Розв'язування біквадратних рівнянь	37
2.3.4. Розв'язування раціональних рівнянь	38
2.3.5. Розв'язування ірраціональних рівнянь	39
2.3.6. Розв'язування показникових рівнянь	40
2.3.7. Розв'язування логарифмічних рівнянь	42
Вправи до розділу 2.3	44
2.4. Нерівності	45
Вправи до розділу 2.4	48
2.5. Елементи комбінаторики	49
Запитання для самоперевірки	52
Вправи до розділу 2.5	52
Частина 3. ПРОГРЕСІЇ ТА МАТЕМАТИКА ФІНАНСІВ	53
3.1. Загальні поняття послідовності	53
3.2. Арифметична прогресія та прості відсотки	54
3.2.1. Властивості арифметичної прогресії	55
3.2.2. Поняття простих відсотків на капітал	57
3.3. Геометрична прогресія та складні відсотки	58
3.3.1. Властивості геометричної прогресії	58
3.3.2. Поняття складних відсотків на капітал	61

Вправи до розділів 3.2 та 3.3	61
Задачі економічного змісту	62
3.4. Математика фінансів	63
3.4.1. Рахунки накопичення	63
3.4.2. Розрахунки ренти	66
3.4.3. Погашення боргу	70
Вправи до розділу 3.4	71
3.5. Різницеві рівняння	72
3.5.1. Застосування різницевих рівнянь в математиці фінансів	76
Вправи до розділу 3.5	77
Частина 4. МАТРИЦІ ТА ВИЗНАЧНИКИ	78
4.1. Різновиди матриць	78
4.2. Найпростіші дії з матрицями	81
Вправи до розділів 4.1 та 4.2	85
4.3. Визначники	88
Вправи до розділу 4.3	96
4.4. Ранг матриці та обернена матриця	97
Вправи до розділу 4.4	104
4.5. Питання для самоперевірки	105
Частина 5. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ	106
5.1. Різновиди систем лінійних алгебраїчних рівнянь	106
5.1.1. Теорема Кронекера-Капеллі	107
5.1.2. Еквівалентні системи	108
5.2. Знаходження єдиного розв'язку	109
5.2.1. Матричний метод	111
Вправи до розділу 5.2	114
5.3. Методи Гаусса та Гаусса-Жордана	115
5.3.1. Поняття різновидів розв'язків	118
5.3.2. Метод Гаусса-Жордана з використанням розрахункових	119
таблиць	119
Вправи до розділу 5.3	125
5.4. Задачі економічного змісту	126
5.5. Завдання для індивідуальної роботи з частини 5	132
Частина 6. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА ТА АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ	133
6.1. Векторна алгебра і деякі її застосування	133
6.1.1. Вектори	133
6.1.2. Деякі економічні приклади	135
6.1.3. Координати векторів	136
6.1.4. Дії з векторами	140
6.1.5. Розклад вектора за базисом	144
6.1.6. Вправи з векторної алгебри	147

Завдання для індивідуальної роботи	149
6.1.7. Опуклі множини	150
6.2. Аналітична геометрія.....	152
6.2.1. Предмет та метод аналітичної геометрії	153
6.2.2. Основні та найпростіші задачі аналітичної геометрії	153
6.2.3. Рівняння ліній на площині	156
6.2.4. Різновиди рівняння прямої на площині	157
6.2.5. Криві лінії другого порядку	164
6.2.6. Задачі економічного змісту	170
6.2.7. Рівняння прямої та площини в просторі	174
6.2.8. Поверхні другого порядку	180
6.2.9. Вправи до розділу 6.2	182
6.2.10. Завдання для індивідуальної роботи з аналітичної геометрії ..	185
Частина 7. ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ	186
7.1. Функції та способи їх задання	186
7.1.1. Характеристики змінних величин	186
7.1.2. Поняття та характеристики функцій	187
7.1.3. Деякі властивості функцій	189
7.1.4. Області визначення та значень функції, заданої аналітично ...	190
7.1.5. Основні елементарні функції	190
7.1.6. Складні та елементарні функції.....	191
7.2. Нескінченно малі та нескінченно великі величини	192
7.3. Границя змінної та її властивості	194
7.3.1. Поняття границі	194
7.3.2. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих	197
7.3.3. Ознаки існування границі змінної величини	198
7.3.4. Основні властивості границі змінної величини	199
7.3.5. Чудові границі	202
7.4. Неперервні функції та дії з ними.....	205
7.4.1. Неперервність функції в точці і на відрізку	205
7.4.2. Класифікація розривів функції	208
7.4.3. Властивості неперервних функцій та дії з ними	209
7.5. Задачі економічного змісту	210
7.6. Вправи	212
7.7. Завдання для індивідуальної самостійної роботи	215
Частина 8. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ	
 ЗМІННОЇ	216
8.1. Похідна і диференціал	216
8.1.1. Деякі задачі, що привели до поняття похідної	216
8.1.2. Означення похідної та деякі її інтерпретації	218
8.1.3. Зв'язок між неперервністю та диференційованістю функції ...	220

8.1.4. Означення диференціала	221
8.2. Знаходження похідних першого порядку	222
8.2.1. Основні правила диференціювання	222
8.2.2. Похідні основних елементарних функцій	224
8.2.3. Диференціювання функцій, заданих неявно та параметрично ..	226
8.2.4. Приклади з економічним змістом	228
8.2.5. Вправи до розділу 8.2	232
8.3. Похідні вищих порядків	233
8.3.1. Поняття похідних n -го порядку	233
8.3.2. Вправи до розділу 8.3	236
8.4. Основні теореми диференціального числення	236
8.5. Оптимізація та побудова графіка функції	239
8.5.1. Зростання, спадання та екстремуми функції	239
8.5.2. Найбільше та найменше значення функції на відрізку	246
8.5.3. Опуклість та угнутість графіка. Точки перегину	246
8.5.4. Асимптоти кривої	249
8.5.5. Загальна схема дослідження функції і побудови її графіка	251
8.5.6. Вправи до розділу 8.5.	255
8.6. Один з прикладів економічного використання похідної	257
8.6.1. Поняття еластичності попиту	257
8.6.2. Вправи до розділу 8.6	260
8.7. Завдання для індивідуальної роботи з частини 8	261
Частина 9. ФУНКЦІЇ КІЛЬКОХ ЗМІННИХ	264
9.1. Функції, їх способи задання, області визначення, границі та неперервність	264
9.1.1. Поняття функції кількох змінних та області її визначення	264
9.1.2. Способи задання функції кількох змінних	266
9.1.3. Границя та неперервність	268
9.1.4. Вправи до розділу 9.1	269
9.2. Частинні похідні та диференціал першого порядку	271
9.2.1. Частинні похідні першого порядку та за напрямом вектора	271
9.2.2. Повний приріст та повний диференціал функції	274
9.2.3. Частинні похідні вищих порядків	276
9.3. Приклади застосування частинних похідних до аналізу бізнеса ..	278
9.3.1. Маргінальна продуктивність виробництва	278
9.3.2. Попит на конкурентні товари	279
9.4. Оптимізація	280
9.4.1. Поняття екстремуму, необхідні умови його існування	280
9.4.2. Знаходження екстремуму функцій двох змінних	281
9.4.3. Знаходження умовного екстремуму методом Лагранжа	283
9.4.4. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області ..	285
9.5. Метод найменших квадратів	287

9.6. Питання для самоперевірки	291
9.7. Вправи до розділів 9.2–9.5	292
Частина 10. ІНТЕГРУВАННЯ	297
10.1. Антипохідні (первісна та невизначений інтеграл)	297
10.1.1. Поняття антипохідних та інтегрування	297
10.1.2. Основні властивості невизначеного інтеграла	300
10.1.3. Таблиця основних інтегралів	301
10.1.4. Основні правила інтегрування	303
10.2. Методи інтегрування	305
10.2.1. Метод безпосереднього інтегрування	306
10.2.2. Метод підстановки (заміни змінної)	307
10.2.3. Метод інтегрування частинами	309
10.2.4. Інтегрування раціональних дробів	311
10.2.5. Інтегрування виразів, що містять ірраціональності	316
10.3. Поняття інтегралів, що не виражаються елементарними функціями	317
10.4. Вправи	318
Частина 11. ВИЗНАЧЕНІ ТА НЕВЛАСНІ ІНТЕГРАЛИ	321
11.1. Означення та властивості визначеного інтеграла	321
11.1.1. Задачі, що привели до поняття визначеного інтеграла	321
11.1.2. Означення визначеного інтеграла та його зміст	323
11.1.3. Основні властивості визначеного інтеграла	325
11.2. Обчислення визначених інтегралів	326
11.2.1. Зв'язок між визначеним та невизначеним інтегралами	326
11.2.2. Інтегрування частинами	329
11.2.3. Заміна змінної у визначеному інтегралі	330
11.2.4. Методи наближеного обчислення	331
11.3. Невласні інтеграли	333
11.3.1. Поняття та різновиди невластних інтегралів	333
11.3.2. Дослідження невластних інтегралів	334
11.4. Застосування визначених інтегралів	336
11.4.1. Обчислення площі	336
11.4.2. Обчислення довжини дуги кривої	339
11.4.3. Обчислення об'єму та площі поверхні тіла обертання	341
11.4.4. Обчислення роботи	342
11.5. Задачі економічного змісту	343
11.5.1. Витрати, доход та прибуток	343
11.5.2. Коефіцієнт нерівномірного розподілу прибуткового податку ...	345
11.5.3. Максимізація прибутку за часом	347
11.5.4. Стратегія розвитку	348
11.6. Вправи	349

Частина 12. ЗВИЧАЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ	352
12.1. Загальні поняття	352
12.2. Математичні моделі деяких ситуацій та процесів	354
12.3. Диференціальні рівняння з відокремленими змінними	358
12.4. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку	360
12.5. Рівняння лінійні та Бернуллі	361
12.6. Диференціальні рівняння другого порядку	365
12.6.1. Рівняння, що дозволяють знизити порядок	365
12.6.2. Лінійні однорідні рівняння з постійними коефіцієнтами	368
12.7. Питання для самоперевірки	370
12.8. Вправи	370
Частина 13. ЧИСЛОВІ ТА СТЕПЕНЕВІ РЯДИ	374
13.1. Числові ряди	374
13.1.1. Загальні поняття	374
13.1.2. Деякі властивості числових рядів	378
13.1.3. Необхідна ознака збіжності ряду	380
13.1.4. Достатні ознаки збіжності додатних числових рядів	380
13.1.5. Знакопозаперезні числові ряди	384
13.1.6. Питання для самоперевірки	386
13.1.7. Вправи	386
13.2. Степеневі ряди	388
13.2.1. Радіус, інтервал та область збіжності	388
13.2.2. Розклад функції у степеневий ряд	392
13.2.3. Наближені значення функції та визначеного інтеграла	395
13.2.4. Питання для самоперевірки	398
13.2.5. Вправи	398
14. ДОДАТКИ	400
Таблиця 1. Відсотки накопичення та ренти	400
Таблиця 2. Значення експоненціальних функцій	403
Таблиця 3. Значення натуральних логарифмів	404
Таблиця 4. Систематизація рівнянь прямої на площині	405
Таблиця 5. Правила та формули для обчислення похідних	407
Таблиця 6. Первісні	408
Зразок контрольної роботи з частин 4-6	413
Зразок контрольної роботи з частин 9-11	414
Зразок завдань для індивідуальної семестрової роботи з частин 9-13 ...	415
15. ВІДПОВІДІ ДО ВПРАВ	418
16. СЛОВНИК КЛЮЧОВИХ СЛІВ	444

ПЕРЕДМОВА

Сучасна математична освіта фахівців економіки потребує не лише знань таких математичних дисциплін як «Вища математика», «Математичне програмування», «Теорія ймовірностей та математична статистика», «Економетрика», але й навичок розв'язування відповідних задач з використанням обчислювальної техніки.

Багаторічний досвід викладання цих дисциплін студентам економічних спеціальностей різних форм навчання та спілкування з висококваліфікованими фахівцями дозволяє авторам стверджувати, що внаслідок різноманітних об'єктивних та суб'єктивних причин значна частина студентів потребує починати навчання з удосконалення початкового математичного рівня.

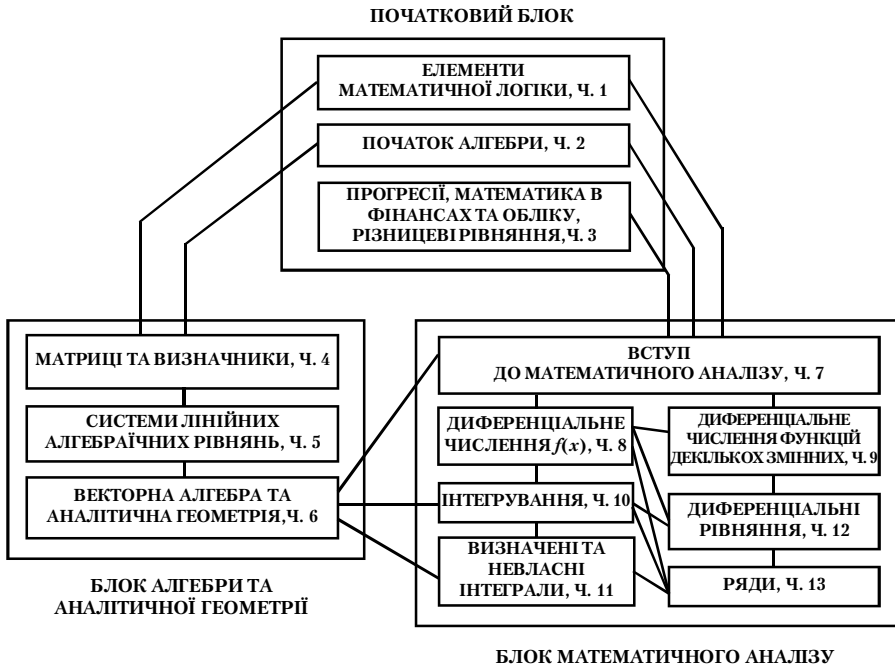
Саме тому автори почали «Вищу математику для економістів» з елементів математичної логіки, комбінаторики, алгебраїчних перетворень, розв'язування алгебраїчних рівнянь та нерівностей з однією невідомою, математики фінансів та різницевих рівнянь. Ці розділи містяться у підручниках з математики провідних іноземних університетів. Вони можуть вивчатися студентами самостійно в позаучбовий час.

Посібник містить багато задач та прикладів, в тому числі економічного змісту, що на думку авторів повинно сприяти підвищенню інтересу студентів до учбових занять з математики та інших дисциплін, а також сприяти використанню математичних методів бізнесменами, фінансистами, менеджерами, фахівцями економіки та менеджменту, соціологами.

Посібник складається з 13 частин, додатку та відповідей до вправ. Кожна частина поділена на декілька розділів, має свою нумерацію означень, теорем, формул, малюнків, вправ та зауважень.

У додатку наведені таблиці для обчислення відсотків накопичення та ренти, значень функцій e^x та e^{-x} , систематизації рівнянь прямої па площині та диференціального числення функцій однієї змінної, таблиця інтегралів та зразки двох контрольних робіт.

Структурно-логічну схему зв'язків між частинами курсу можна зобразити таким чином:



Автори вдячні вченому секретарю Науково-дослідного економічного інституту Міністерства економіки України Добжанському Е.І., науковим співробітникам цього інституту Крючкової І.В., Євдокімовій І.М., Пузанову І.І., декану факультету інженерних систем та технологій професору Шарапову О.Д. та завідуючому кафедрою вищої математики Київського національного економічного університету професору Валеєву К.Г. за ґрунтовне обговорення вимог до математичних знань та навичок випускників вищих економічних навчальних закладів.

Автори виражають щирю подяку президенту Національної академії управління Єрохіну С.А., завдяки наполегливості та допомозі якого стало можливим перше видання цього підручника.

Ми врахували одержані від студентів та фахівців декілька зауважень, рекомендацій та побажань, спрямованих на покращення підручника.