

ЗМІСТ

Передмова	3
Розділ I. Лінійна та векторна алгебра	5
§1.1. Матриці, дії над матрицями	5
1.1.1. Теоретичні відомості	5
1.1.2. Розв'язання прикладів та задач	7
1.1.3. Завдання для самостійного розв'язку	10
§1.2. Визначники	13
1.2.1. Теоретичні відомості	13
1.2.2. Розв'язання прикладів	15
1.2.3. Приклади для самостійного розв'язку	18
§1.3. Ранг матриці та способи його обчислення	19
1.3.1. Теоретичні відомості	19
1.3.2. Приклади для самостійного розв'язку	22
§1.4. Обернена матриця	24
1.4.1. Теоретичні відомості	24
1.4.2. Розв'язання прикладів	24
1.4.3. Приклади для самостійного розв'язку	28
§1.5. Системи лінійних рівнянь	30
1.5.1. Система n лінійних рівнянь з n невідомими	30
1.5.2. Розв'язання прикладів	33
1.5.3. Приклади для самостійного розв'язку	41
1.5.4. Система m лінійних рівнянь з n невідомими	42
1.5.5. Розв'язання прикладів	43
1.5.6. Завдання для самостійної роботи	48
§1.6. Вектори	50
1.6.1. Теоретичні відомості	50
1.6.2. Розв'язання прикладів	55
1.6.3. Завдання для самостійної роботи	56
§1.7. Власні числа та власні вектора	58
1.6.1. Теоретичні відомості	58
1.7.2. Розв'язання прикладів	58
1.7.3. Завдання для самостійної роботи	62
§1.8. Квадратичні форми	63
1.6.1. Теоретичні відомості	63
1.8.2. Розв'язання прикладів	64
1.8.3. Завдання для самостійного розв'язку	65

§1.9. Застосування матричного числення при розв'язанні економічних задач	66
1.9.1. Розв'язання прикладів	66
1.9.2. Задачі балансового аналізу	73
1.9.3. Приклади розв'язання задач балансового аналізу	75
1.9.4. Завдання для самостійної роботи	77
Розділ II. Аналітична геометрія	79
§2.1. Прямокутні координати в просторі. Основні задачі	79
2.1.1. Відстань між двома точками	81
2.1.2. Поділ відрізка в заданому відношенні	81
2.1.3. Площа трикутника	82
2.1.4. Приклади розв'язання задач	82
2.1.5. Задачі для самостійного розв'язку	87
§2.2. Пряма лінія на площині	88
2.2.1. Приклади розв'язання задач	92
2.2.2. Задачі для самостійного розв'язку	107
§2.3. Криві лінії другого порядку	109
2.3.1. Коло	109
2.3.2. Еліпс	109
2.3.3. Гіпербола	110
2.3.4. Парабола	112
2.3.5. Приклади розв'язання задач	114
2.3.6. Задачі для самостійного розв'язку	121
§2.4. Задачі економічного змісту	124
2.4.1. Приклади розв'язання задач	124
2.4.2. Задачі для самостійного розв'язку	129
§2.5. Площина та пряма в просторі	131
2.5.1. Площина	131
2.5.1.1. Загальне рівняння площини	131
2.5.1.2. Рівняння площини в відрізках	132
2.5.1.3. Рівняння площини, що проходить через задану точку	132
2.5.1.4. Рівняння площини, що проходить через три задані точки ...	133
2.5.1.5. Кут між двома площинами	133
2.5.1.5. Відстань між точкою та площиною	133
2.5.2. Пряма лінія в просторі	134
2.5.2.1. Загальне рівняння прямої	134
2.5.2.2. Канонічне рівняння прямої в просторі	134
2.5.2.3. Векторне рівняння прямої	135
2.5.2.4. Параметричні рівняння прямої	135
2.5.2.5. Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки ...	135

2.5.2.6. Кут між двома прямими	136
2.5.3. Пряма і площина	136
2.5.3.1. Кут між прямою та площиною	136
2.5.3.2. Точка перетину прямої і площини	137
2.5.3.3. Умова належності прямої площині	137
2.5.3.4. Умова належності двох прямих одній площині	137
2.5.4. Приклади розв'язання задач	138
2.5.5. Задачі для самостійного розв'язку.	146
§ 2.6. Нерівності та їх геометричний зміст	148
2.6.1. Приклади розв'язання задач.	151
2.6.2. Задачі для самостійного розв'язку	154
§ 2.7. Поверхні другого порядку	155
2.7.1. Сфера та її рівняння	155
2.7.2. Циліндричні поверхні	155
2.7.3. Циліндри другого порядку	156
2.7.4. Еліпсоїд	156
2.7.5. Гіперболоїди	157
2.7.6. Параболоїди	157
2.7.7. Конічні поверхні	158
2.7.7. Поверхні обертання	158
2.7.8. Приклади розв'язання задач	159
Розділ III. Вступ до математичного аналізу	162
§3.1. Поняття множини. Дії з множинами. Множина дійсних чисел. Абсолютна величина дійсного числа. Комплексні числа	162
3.1.1. Поняття множини	162
3.1.2. Множина дійсних чисел	163
3.1.3. Поняття абсолютної величини	164
3.1.4. Розв'язання прикладів	165
3.1.5. Задачі для самостійного розв'язку	166
3.1.6. Комплексні числа	166
3.1.6.1. Дії з комплексними числами	167
3.1.6.2. Модуль та аргумент комплексного числа	168
3.1.6.3. Тригонометрична форма комплексного числа	169
3.1.6.4. Піднесення комплексного числа до степеня	170
3.1.6.5. Показникова форма комплексного числа	171
3.1.7. Приклади для самостійного розв'язку	172
§3.2. Означення функції. Область визначення. Способи завдання функції. Основні елементарні функції, які використовуються в економічних дисциплінах	174
3.2.1. Поняття сталої величини	174

3.2.2. Поняття функції	174
3.2.3. Властивості функції	175
3.2.4. Функція, обернена до даної	176
3.2.5. Поняття складної (складеної) функції	177
3.2.6. Основні елементарні функції	177
3.2.7. Елементарні функції	185
3.2.8. Деякі неелементарні функції	186
3.2.9. Основні елементарні функції, які використовуються в економічних дослідженнях	187
3.2.10. Розв'язання прикладів	189
3.2.11. Побудова графіків функцій	190
3.2.12. Розв'язання прикладів	192
3.2.13. Приклади для самостійного розв'язання	197
§3.3. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Нескінченно малі величини	199
3.3.1. Поняття послідовності	199
3.3.2. Границя послідовності	199
3.3.3. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності	201
3.3.4. Основні теореми про границі послідовності	201
3.3.5. Розв'язання прикладів	202
3.3.6. Приклади для самостійного розв'язку	206
§3.4. Границя функції. Особливості границі. Розкриття невизначеностей. Перша та друга визначні границі.	207
3.4.1. Означення границь змінної	207
3.4.2. Поняття границі функції	207
3.4.3. Теореми про границі функції	209
3.4.4. Перша і друга визначні границі	209
3.4.5. Розв'язання прикладів	210
3.4.6. Приклади для самостійного розв'язку	222
§3.5. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій. Розриви функцій.	225
3.5.1. Розв'язання прикладів	226
3.5.2. Приклади для самостійного розв'язку	230
§3.6. Економічні задачі, пов'язані з послідовністю та її границею (елементи математики фінансів)	231
3.6.1. Поняття відсотка	231
3.6.2. Три основні задачі на відсотки	231
3.6.3. Формула простого відсотка	232
3.6.4. Формула складного відсотка	233
3.6.5. Формула, коли відсотки нараховуються неперервно	234
3.6.6. Дисконтування	235
3.6.7. Приклади розв'язання задач	236

Розділ IV. Диференційне числення функції однієї змінної	238
§4.1. Означення похідної. Залежність між неперервністю та диференційовністю функції. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій	238
4.1.1. Означення похідної	238
4.1.2. Основні правила та формули диференціювання	240
4.1.3. Логарифмічне диференціювання	250
4.1.4. Приклади для самостійного розв'язку	251
§4.2. Похідна неявної функції. Параметричне завдання функції. Диференціювання функції, заданої параметрично. Похідні вищих порядків	253
4.2.1. Похідна неявної функції	253
4.2.2. Параметричне завдання функції	254
4.2.3. Похідні вищих порядків	256
4.2.4. Приклади для самостійного розв'язку	257
§4.3. Механічний та геометричний зміст похідної.	259
Рівняння дотичної та нормалі до кривої	259
4.3.1. Механічний та геометричний зміст похідної. Геометричний зміст похідної	260
4.3.2. Дотична та нормаль до кривої	261
4.3.3. Задачі для самостійного розв'язку	265
§4.4. Диференціал функції. Застосування диференціала для наближених обчислень	266
4.4.1. Диференціал функції	266
4.4.2. Обчислення основних диференціалів	266
4.4.3. Інваріантність форми першого диференціала функції	267
4.4.4. Застосування диференціала для наближених значень	267
4.4.5. Економічне застосування диференціала. Мультиплікатор	267
4.4.6. Розв'язання прикладів	268
4.4.7. Приклади для самостійного розв'язку	269
§4.5. Правило Лопітала та застосування його до знаходження границь функцій	270
4.5.1. Випадки $\left\{ \frac{0}{0} \right\}$ та $\left\{ \frac{\infty}{\infty} \right\}$	270
4.5.2. Випадки $0 \cdot \infty$ та $\infty - \infty$	272
4.5.3. Випадки 1^∞ , ∞^0 та 0^0	273
4.5.4. Приклади для самостійного розв'язку	275
§4.6. Деякі основні теореми диференційного числення	276
4.6.1. Теорема Лагранжа (про скінчені прирости функції)	276

4.6.2. Формула Тейлора	277
4.6.3. Застосування формули Тейлора в економічних задачах	278
4.6.4. Розклад основних елементарних функцій за формулою Тейлора	279
§4.7. Економічний зміст похідної. Еластичність	282
4.7.1. Задача на продуктивність праці	282
4.7.2. Еластичність	283
4.7.3. Використання еластичності в економічному аналізі	285
4.7.4. Розв'язання задач	288
4.7.5. Задачі для самостійного розв'язку	296
§4.8. Дослідження функцій та побудова їх графіків	298
4.8.1. Зростання та спадання функції.	298
4.8.2. Означення максимуму та мінімуму функції. Найбільше та найменше значення функції на відрізку	300
4.8.3. Задачі для самостійного розв'язку	308
4.8.4. Задачі про найбільші та найменші значення величин	310
4.8.5. Задачі для самостійного розв'язку	313
4.8.6. Застосування похідної для дослідження динаміки функцій ..	314
4.8.7. Задачі для самостійного розв'язку	316
4.8.8. Опуклість та вгнутість функції	317
4.8.9. Задачі для самостійного розв'язку	320
4.8.10. Асимптоти	320
4.8.11. Приклади для самостійної роботи	323
4.8.12. Загальний план дослідження функції та побудова її графіків ...	324
4.8.13. Задачі для самостійного розв'язку	344
Розділ V. Диференціальне числення функції багатьох змінних	345
§5.1. Основні поняття	345
5.1.1. Розв'язання прикладів	345
5.1.2. Приклади для самостійного розв'язання	348
5.1.3. Задачі для самостійного розв'язання	352
§5.2. Екстремум функції двох змінних	353
5.2.1. Розв'язання прикладів	354
5.2.2. Приклади для самостійної роботи.	357
§5.3. Метод найменших квадратів	358
5.3.1. Розв'язання прикладів	358
5.3.2. Задачі для самостійного розв'язання	359
§5.4. Економічні задачі, що зводяться до використання функцій багатьох змінних	361
5.4.1. Розв'язання прикладів	362
5.4.2. Задачі для самостійного розв'язку	366

Розділ VI. Інтегральне числення	368
§6.1. Первісна функція. Невизначений інтеграл. Таблиця невизначених інтегралів	368
6.1.1. Основні формули інтегрування	369
§ 6.2. Методи інтегрування	371
6.2.1. Метод безпосереднього інтегрування. Розв'язання прикладів	371
6.2.2. Інтегрування методом розкладу	373
6.2.2.1. Розв'язання прикладів	373
6.2.2.2. Приклади для самостійного розв'язання	375
6.2.3. Метод інтегрування частинами	377
6.2.3.1. Розв'язання прикладів	377
6.2.3.2. Приклади для самостійного розв'язку	381
6.2.4. Метод заміни змінної (метод підстановки)	382
6.2.4.1. Розв'язання прикладів	383
6.2.4.2. Приклади для самостійного розв'язку	384
6.2.5. Інтеграл від функцій, що містять квадратний тричлен в знаменнику дроби	385
6.2.5.1. Розв'язання прикладів	386
6.2.5.2. Приклади для самостійного розв'язку	388
§ 6.3. Поняття раціонального дроби. Інтегрування раціональних дробиб ...	389
6.3.1. Розв'язання прикладів	392
6.3.2. Приклади для самостійного розв'язку	398
§ 6.4. Інтегрування тригонометричних виразів	400
6.4.1. Інтеграл вигляду $\int \sin kx \cos lxdx$; $\int \cos kx \cos lxdx$; $\int \sin kx \sin lxdx$	400
6.4.1.1. Розв'язання прикладів	400
6.4.2. Інтеграл вигляду $\int R(\sin x, \cos x)dx$	401
6.4.2.1. Розв'язання прикладів	401
6.4.3. Інтеграл вигляду $\int \sin^m x \cos^n x dx$	402
6.4.3.1. Розв'язання прикладів	403
6.4.4. Інтеграл вигляду $\int R(\sin^2 x, \cos^2 x)dx$	404
6.4.4.1. Розв'язання прикладів	404
6.4.5. Інтеграл вигляду $\int R(\operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x)dx$	405
6.4.5.1. Розв'язання прикладів	405
6.4.6. Приклади для самостійного розв'язку	406

§ 6.5. Інтегрування виразів, що містять ірраціональність	407
6.5.1. Інтеграли вигляду $\int R(x, x^{\frac{m}{n}}, \dots, x^{\frac{r}{s}}) dx$	407
6.5.1.1. Розв'язання прикладів	407
6.5.2. Інтеграли вигляду $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{m}{n}}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{r}{s}}\right) dx$	408
6.5.2.1. Розв'язання прикладів	409
6.5.3. Інтеграли, що потребують тригонометричної підстановки	409
6.5.3.1. Розв'язання прикладів	409
6.5.4. Приклади для самостійного розв'язку	411
§ 6.6. Визначений інтеграл. Властивості визначеного інтеграла.	
Формула Ньютона-Лейбніца	412
6.6.1. Найпростіші властивості визначеного інтеграла	412
6.6.2. Розв'язання прикладів	414
6.6.3. Приклади для самостійного розв'язання	416
§ 6.7. Методи підстановки та інтегрування частинами у визначеному інтегралі	418
6.7.1. Розв'язання прикладів	418
6.7.2. Приклади для самостійного розв'язку	424
§ 6.8. Геометричні застосування визначених інтегралів	425
6.8.1. Обчислення площ плоских фігур	425
6.8.1.1. Приклади розв'язання задач	426
6.8.1.2. Задачі для самостійного розв'язку	428
6.8.2. Обчислення довжини дуги кривої	428
6.8.2.1. Приклади розв'язання задач	429
6.8.2.2. Задачі для самостійного розв'язку	430
6.8.3. Обчислення об'єму тіл обертання	432
6.8.3.1. Приклади розв'язування задач	433
6.8.3.2. Задачі для самостійного розв'язку	435
§ 6.9. Економічні задачі, що зводяться до обчислення визначених інтегралів	437
6.9.1. Економічний зміст визначеного інтеграла	437
6.9.2. Знаходження капіталу за відомими інвестиціями	438
6.9.3. Знаходження середнього часу, затраченого на виготовлення виробу	439
6.9.4. Розрахунок початкової суми за її кінцевим результатом	440
6.9.5. Коефіцієнт нерівномірного розподілу прибуткового податку	442
6.9.6. Максимізація прибутку за часом	444

6.9.7. Задачі для самостійного розв'язку	446
§ 6.10. Наближені обчислення визначеного інтеграла	448
6.10.1. Формула прямокутників	448
6.10.2. Формула трапецій	449
6.10.3. Формула парабол (формула Сімпсона)	450
6.10.4. Розв'язання прикладів	450
6.10.5. Приклади для самостійного розв'язання	452
§ 6.11. Невласні інтеграли. Інтеграл Ейлера-Пуассона	453
6.11.1. Поняття і різновиди власних інтегралів	453
6.11.2. Дослідження невластних інтегралів	453
6.11.3. Приклади для самостійного розв'язку	457
§ 6.12. Поняття про подвійний інтеграл	458
6.12.1. Обчислення подвійного інтеграла	458
6.12.2. Приклади розв'язання задач	460
6.12.3. Задачі для самостійного розв'язку	466
Розділ VII. Диференційні рівняння	468
§ 7.1. Рівняння з відокремленими змінними	469
7.1.1. Розв'язання прикладів	469
7.1.2. Приклади для самостійного розв'язку	471
§ 7.2. Однорідні диференційні рівняння	472
7.2.1. Розв'язання прикладів	472
7.2.2. Задачі для самостійного розв'язку	474
§ 7.3. Лінійне диференціальне рівняння першого порядку	475
7.3.1. Приклади розв'язання задач	476
7.3.2. Задачі для самостійного розв'язання	477
§ 7.4. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами	479
7.4.1. Розв'язання прикладів	480
7.4.2. Приклади для самостійного розв'язку	483
§ 7.5. Системи двох лінійних диференційних рівнянь зі сталими коефіцієнтами	484
7.5.1. Розв'язання прикладів	484
7.5.2. Приклади для самостійного розв'язку	488
§ 7.6. Економічні задачі, що зводяться до диференційних рівнянь	490
7.6.1. Задачі для самостійного розв'язання	494
Розділ VIII. Ряди	495
§ 8.1. Ряди. Основні означення рядів. Збіжність рядів. Ряд геометричної прогресії. Властивості збіжних рядів. Необхідна умова збіжності. Гармонічний ряд	495

8.1.1. Розв'язування прикладів	499
8.1.2. Приклади для самостійного розв'язання	501
§ 8.2. Ознаки збіжності рядів з додатними членами	503
8.2.1. Ознаки порівняння	503
8.2.2. Ознака Даламбера (теорема).....	505
8.2.3. Радикальна ознака Коші (теорема).....	507
8.2.4. Інтегральна ознака Коші збіжності ряду	507
8.2.5. Розв'язання прикладів	508
8.2.6. Приклади для самостійного розв'язку	512
§ 8.3. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність	513
8.3.1. Розв'язання прикладів	516
8.3.2. Приклади для самостійного розв'язку	519
§ 8.4. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності. Область збіжності степеневому ряду	520
8.4.1. Розв'язання прикладів	521
8.4.2. Приклади для самостійного розв'язку	524
§ 8.5. Розклад функцій в ряди Тейлора і Маклорена.....	525
8.5.1. Розклад функцій в ряди Тейлора	525
8.5.2. Розклад функції в ряд Маклорена	526
8.5.3. Розв'язання прикладів	530
8.5.4. Приклади для самостійного розв'язку	533
§ 8.6. Застосування рядів до наближених обчислень	534
8.6.1. Розв'язання прикладів	534
8.6.2. Приклади для самостійного розв'язку	538
§ 8.7. Ряди Фур'є	539
8.7.1. Розклад в ряди Фур'є функції з періодом 2π	539
8.7.2. Розв'язання прикладів	541
8.7.3. Розклад в ряд Фур'є функцій, що задані на півперіоді	546
8.7.4. Розв'язання прикладів	546
8.7.5. Розклад в ряд Фур'є функції з періодом $2l$	549
8.7.6. Розв'язання прикладів	550
8.7.7. Приклади для самостійного розв'язку	552
Відповіді до задач та прикладів	554
Список використаної літератури	581